

---

**Instituto Politécnico do Porto**  
Instituto Superior de Engenharia do Porto  
Departamento de Engenharia Electrotécnica

**Curso de Engenharia Electrotécnica**

**Circuitos magnéticos em AC**  
**Transformador Eléctrico**

Sistemas Eléctricos de Energia

Trabalho Laboratorial para ELECT-E

Setembro de 2022

Baseado no original de José Puga, Judite Ferreira, 1999

---

## Aviso de Segurança

Siga as instruções dadas pelo Professor presente no laboratório. Em caso de dúvida chame o Professor e elucide-se.

Não exceda a tensão indicada para a alimentação dos enrolamentos do circuito magnético em estudo. Antes de estabelecer a ligação à rede eléctrica o circuito tem, imperativamente, que ser validado pelo Professor presente na aula. Não estabelecer contacto com o lado da tensão mais alta do transformador de alimentação (230 Vac).

## Objectivos

Realizar a medição directa e a indirecta de formas distintas da indutância de um enrolamento primário. Verificar experimentalmente a lei da indução de Faraday. Calcular e verificar experimentalmente a razão de transformação.

## Introdução

Para circuitos de corrente alternada, a taxa média de dissipaçāo de energia numa carga resistiva é dada por:

$$P_{med} = I \cdot V \quad (\text{Eq. 1})$$

Isto significa que, para uma dada exigência de potência, temos uma faixa de escolhas, desde uma corrente relativamente elevada e uma diferença de potencial relativamente baixa ou exactamente o inverso, desde que o produto  $I \cdot V$  seja o exigido.

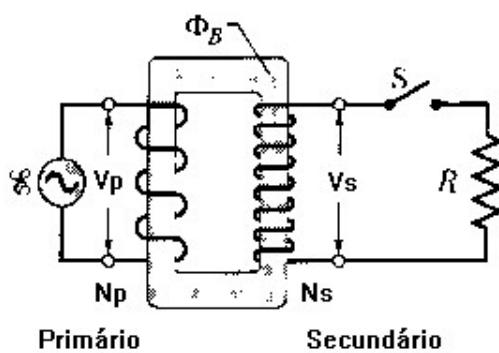
Em sistemas de distribuição de energia eléctrica é desejável por questões de segurança lidar com tensões relativamente baixas tanto na geração como na utilização. Por outro lado, na transmissão de energia eléctrica desde a central geradora até ao consumidor deseja-se ter a corrente mais baixa possível. Assim, a maior diferença de potencial vai reduzir as perdas ohmicas na linha de transmissão ( $I^2 \cdot R$ ).

## O Transformador Ideal

A incompatibilidade entre a exigência de transmissão em alta tensão e a necessidade de produção e consumo em baixa tensão leva à necessidade de elevar e reduzir a tensão eléctrica. Por isso, é necessário um dispositivo para aumentar (para transmissão) e diminuir (para uso) a diferença de potencial num circuito mantendo a potência praticamente constante. Tal dispositivo é o **transformador** presente na figura 1.

O transformador ideal consiste em duas bobinas enroladas em torno de um núcleo ferromagnético do qual estão isoladas. O enrolamento primário, com  $N_p$  espiras, está ligado a um gerador de corrente alternada cuja f.e.m é dada por:

$$\xi = \xi_{max} \cdot \sin(\omega t) \quad (\text{Eq. 2})$$



**Fig. 1 Transformador ideal com duas bobinas em torno de um núcleo ferromagnético num circuito básico.**

O enrolamento secundário, com  $N_s$  espiras, é ligado a uma carga resistiva  $R$  em série com o interruptor  $S$ . Com  $S$  aberto não há corrente na bobina secundária. Para as condições acima referidas um transformador ideal apresenta o enrolamento primário como uma indutância pura. Assim sendo, a corrente primária em vazio é denominada corrente de magnetização  $I_{mag}$  e está atrasada de  $90^\circ$  em relação à diferença de potencial primária  $V_p$ . O factor de potência é nulo e, portanto, a potência activa transferida do gerador para o transformador também é nula. Entretanto, a pequena corrente primária  $I_{mag}$  induz um fluxo magnético alternado  $\phi_B$  no núcleo de ferro e este fluxo atravessa as espiras de enrolamento secundário. De acordo com a lei da indução de Faraday, a fem induzida por espira  $\xi_{esp}$  é a mesma nos dois enrolamentos. Assim sendo, podemos escrever:

---


$$\xi_{esp} = \frac{d\phi_B}{dt} = \frac{V_p}{N_p} = \frac{V_s}{N_s} \quad (\text{Eq. 3})$$

$$V_s = V_p \cdot \frac{N_s}{N_p} \quad (\text{Eq. 4})$$

No caso de  $N_s > N_p$ , o transformador é elevador de tensão porque apresenta a tensão  $V_s$  surge maior que  $V_p$ . No caso de  $N_s < N_p$ , o transformador é redutor de tensão. Nas considerações anteriores, o circuito do secundário estava aberto. Portanto, nenhuma potência era transmitida através do transformador. Vamos agora fechar o interruptor S para que o enrolamento secundário fique ligado à carga resistiva R. Diversos factos acontecem quando fechamos o interruptor S. Uma corrente alternada  $I_s$  aparece no circuito secundário, com uma correspondente taxa de dissipação de energia  $I_s^2 R$  ( $V_s^2 / R$ ) na carga resistiva. Esta corrente induz o seu próprio fluxo magnético alterado no núcleo ferromagnético e este fluxo, de acordo com as leis de Faraday e de Lenz, induz uma fem em oposição no enrolamento primário. A tensão,  $V_p$ , do primário não é alterada pois é imposta pelo gerador. Para manter  $V_p$ , o gerador debita uma corrente alternada  $I_p$  no circuito primário. Esta corrente apresenta intensidade e ângulo de fase de forma a cancelar a f.e.m em oposição gerada no enrolamento primário devido a  $I_s$ .

Globalmente, mediante a aplicação do princípio da conservação da energia, para um transformador ideal com uma carga resistiva o factor de potência na equação seguinte é unitário.

$$P_{med} = \xi_{rms} \cdot I_{rms} \cdot \cos \phi \quad (\text{Eq. 5})$$

Fazendo  $\xi_{rms}$  igual a  $V_p$  encontramos potência,  $I_p V_p$ , com que o gerador transfere energia à bobina primária. Analogamente, a taxa com que a energia é transferida da bobina primária para a bobina secundária é igual a  $I_s V_s$ . Usando o princípio da conservação da energia, encontramos que:

$$I_p \cdot V_p = I_s \cdot V_s \quad (\text{Eq. 6})$$

Tendo em conta que a razão de transformação é uma constante característica do transformador temos:

---


$$I_s = I_p \cdot \frac{N_p}{N_s} \quad (\text{Eq. 7})$$

Finalmente, sabendo que  $I_s = V_s/R_s$  e usando as equações já apresentadas de transformação de tensão e de transformação de corrente, obtemos:

$$I_p = \frac{V_p}{(N_p / N_s)^2 \cdot R_s} \quad (\text{Eq. 8})$$

Esta equação mostra que do ponto de vista do circuito primário a resistência equivalente da carga  $R_s$ , é:

$$R_{eq} = \frac{V_p}{I_p} = \left( \frac{N_p}{N_s} \right)^2 \cdot R_s \quad (\text{Eq. 9})$$

## Adaptação de Impedâncias

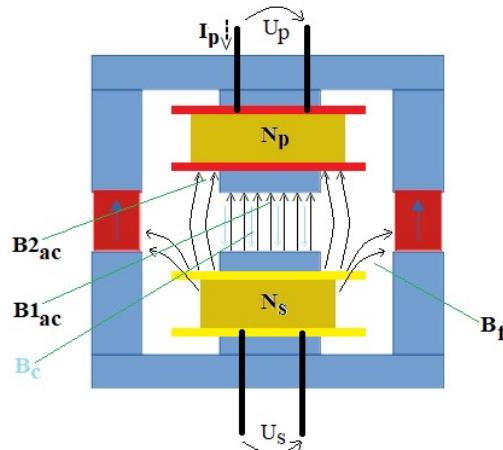
A equação 9 anterior sugere uma outra função para o transformador. Sabemos que, para haver transferência máxima de energia de um dispositivo de f.e.m para uma carga resistiva, a resistência do dispositivo e a resistência da carga devem ser iguais. A mesma relação é válida para circuitos de corrente alternada, excepto que a impedância do gerador deve ser igual ao conjugado da impedância da carga. Frequentemente, como acontece ao ligarmos um altifalante a um amplificador, esta condição fica longe de ser obtida, sendo o amplificador de alta impedância e o alto-falante, de baixa impedância ou vice-versa. Podemos tornar iguais as impedâncias destes dois dispositivos, acoplando-os por meio de um transformador com uma adequada razão entre os números de espiras  $N_p/N_s$ .

## O Transformador Real

### Fluxos magnéticos e coeficiente de acoplamento

O deficiente acoplamento magnético entre os enrolamentos do transformador e a resistência eléctrica dos condutores constituintes dos referidos enrolamentos são, entre outros, os principais factores que impedem a abordagem idealista a estes equipamentos.

A figura seguinte ilustra o fluxo magnético na estrutura em estudo quando o enrolamento primário está alimentado e os ímanes permanentes estão presentes nas colunas laterais.



**Fig. 2 Ilustração do fluxo magnético e dispersão.**

Na figura Fig. 2,  $B_c$  representa densidade de fluxo magnético constante no tempo devido à existência dos ímanes permanentes. Pela lei de Faraday  $B_c$  não é responsável por qualquer força electromotriz induzira, pois, sendo constante apresenta derivada nula. A densidade de fluxo magnético  $B_{1ac}$  provoca fluxo na coluna central da ferrite e  $B_{2ac}$  provoca fluxo magnético na periferia do enrolamento secundário pelo que deve ser considerado. O restante fluxo é de fugas pois circula no enrolamento primário sem passar pelo núcleo do enrolamento secundário.

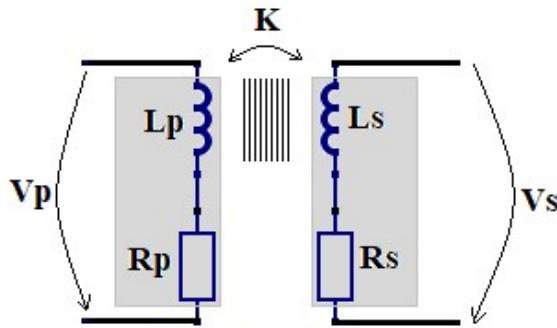
A equação seguinte relaciona os fluxos primário,  $\phi_p$ , e secundário,  $\phi_s$ , nos enrolamentos em função do acoplamento magnético,  $K$ , existente entre eles.

$$\boxed{\phi_s = K\phi_p}$$

(Eq. 10)

### Círcuito equivalente simplificado

Cada enrolamento é considerado como constituído por uma indutância serie e por uma resistência serie. A figura Fig. 3 seguinte ilustra a modelização usualmente utilizada que considera os factores acima referidos. Existem modelos equivalentes do transformador mais completos, no entanto, para este estudo inicial a presente abordagem é suficiente.



**Fig. 3 Circuito simples de modelização de um transformador.**

Na figura Fig. 3,  $L_p$  e  $L_s$  representam, respectivamente, as indutâncias série equivalentes do enrolamento primário e do secundário. As resistências  $R_p$  e  $R_s$ , são as resistências série dos respectivos enrolamentos primário e secundário em que estão inseridas.

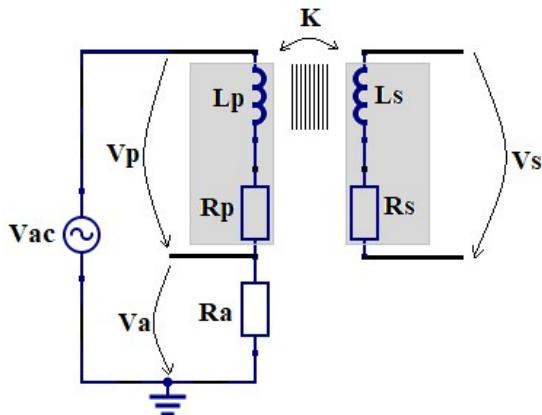
Num transformador ideal, as resistências  $R_p$  e  $R_s$  são nulas e o coeficiente de acoplamento,  $K$ , é unitário. No caso não ideal, tal não se verifica, a razão de transformação,  $n$ , não é a apresentada na equação 4 anterior mas sim a seguinte:

$$n = \frac{V_{Ls}}{V_{Lp}} = K \cdot \frac{N_s}{N_p} = K \cdot \sqrt{\frac{L_s}{L_p}} \quad (\text{Eq. 11})$$

Nesta equação é de salientar que a razão de transformação,  $n$ , é definida como a razão entre as tensões na componente indutiva dos enrolamentos, não englobando a queda de tensão na componente resistiva.

### Círculo utilizado na experiência

Consideremos o modelo de circuito electromagnético apresentado na figura Fig. 3 e os valores médios quadráticos, RMS, da componente alternada das grandezas eléctricas envolvidas. O circuito funcionará à frequência da rede eléctrica nacional, 50 Hz, pelo que a frequência angular,  $w$ , pode ser considerada de 314 rad/s. Neste circuito colocou-se a resistência  $R_a$  em série com o enrolamento primário para que, por meio da medida da tensão aos terminais desta resistência,  $V_a$ , seja obtida a corrente neste enrolamento. A tensão alternada  $V_{ac}$  é a aplicada ao circuito, tal como indicado na figura Fig. 4, abaixo.



**Fig. 4 Circuito com resistência auxiliar para realização das experiências.**

No presente circuito, para corrente secundária nula, tem-se  $V_{Ls} = V_s$ . A corrente primária é sempre dada por  $I_p = V_a / R_a$ . Aplicando as leis de *Kirchhoff* a esta montagem são obtidas as expressões da indutância do primário,  $L_p$ , do factor de acoplamento,  $K$ , e da razão de transformação,  $n$ , tal como apresentado a seguir.

$$L_p = \frac{1}{w} \sqrt{\left(\frac{V_p}{I_p}\right)^2 - R_p^2} \quad (\text{Eq. 12})$$

$$K = \frac{V_s}{wL_p I_p} \frac{N_p}{N_s} \quad (\text{Eq. 13})$$

$$n = K \frac{N_s}{N_p} = \frac{V_s}{V_{Lp}} = \frac{V_s}{wL_p I_p} \quad (\text{Eq. 14})$$

Pela definição de indutância pode ser escrita a expressão da indutância do circuito primário e pela lei da indução de *Faraday* pode ser escrita a expressão da força electromotriz induzida no secundário.

$$L_p = \frac{N_p}{I_p} \phi_p = \frac{N_p}{I_p} \phi_s / K \quad (\text{Eq. 15})$$

$$V_s = N_s w \phi_s \quad (\text{Eq. 16})$$

---

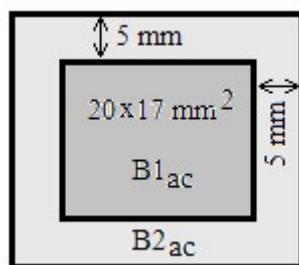
## Trabalho Prático

### Equipamento utilizado

- Medidor RLC
- Medidor de densidade de fluxo magnético
- Osciloscópio
- Transformador de alimentação de 230V/12V, 230V/15V ou 230V/18V, 50Hz
- Dois núcleos de ferrite em forma de E
- Um enrolamento de 750 espiras (enrolamento secundário, amarelo)
- Um enrolamento de 1000 espiras (enrolamento primário, vermelho)
- Dois ímanes permanentes cilíndricos
- Uma resistência entre 4,7 e 10 Ohm / 3W (Ra, para medição indirecta da corrente)

### Considerações Preliminares

Para a correcta medição da densidade de fluxo magnético responsável pela indução no enrolamento secundário deve ser considerado a zona ferromagnética e também as bordas devido ao significativo espalhamento do fluxo magnético.



**Fig. 5 Zonas de fluxo relevante na coluna central.**

Na figura Fig. 1 a área central,  $A_C$ , é de  $340 \text{ mm}^2$  e a área periférica,  $A_P$ , é de  $470 \text{ mm}^2$ . É de salientar que embora a área periférica seja maior que a central a sua contribuição para o fluxo no secundário do transformador é menos significativa que a área  $A_C$ . Isto deve-se ao

facto de a área  $A_p$  estar exposta a uma densidade de fluxo magnético substancialmente menor que a área  $A_c$ , aproximadamente apenas 15%. Assim a parte do fluxo que atravessa o enrolamento secundário é dada pela seguinte expressão:

$$\boxed{\phi_s = A_c \times B1_{ac} + A_p \times B2_{ac}} \quad (\text{Eq. 17})$$

Nesta equação  $B1_{ac}$  e  $B2_{ac}$  são os valores médios quadráticos das densidades de fluxo magnético que atravessam na perpendicular, respectivamente, as áreas  $A_c$  e  $A_p$ . Estes valores são os obtidos por intermédio do Medidor de Densidade de Fluxo Magnético.

## Experiência 1

Antes de montar o circuito e de colocar as bobinas nas ferrites, com o auxílio do medidor RLC obtenha os valores das indutâncias serie e da resistência serie de cada um dos enrolamentos (núcleo de ar). Seguidamente, monte a estrutura do circuito magnético colocando as bobinas primárias e secundária no núcleo central das ferrites e os dois ímanes cilíndricos nas colunas laterais, ver figura Fig. 2. Com o medidor RLC volte a medir a indutância serie e a resistência serie de cada um dos enrolamentos (núcleo de ferrite-ar). Registe as leituras na seguinte tabela.

**Tabela 1 Características eléctricas e magnéticas do circuito**

Bobina	primária ( 1000 esp. )			secundária ( 750 esp. )		
Núcleo	$R_p / \Omega$	$L_p / \text{mH}$	$\mathcal{R} / \text{H}^{-1}$	$R_s (\Omega)$	$L_s (\text{mH})$	$\mathcal{R} / \text{H}^{-1}$
ar						
ferrite-ar						

Tendo em consideração que indutância pode ser obtida por  $L=N^2/\mathcal{R}$  e os dados que registou, calcule a relutância magnética,  $\mathcal{R}$ , do núcleo de ar e do núcleo de ferrite-ar para cada uma das bobinas. Registe as relutâncias magnéticas encontradas na tabela anterior.

---

Observando os dados que acabou de registar, responda às seguintes questões, justificando.

- a) As relutâncias dos núcleos dependem do número de espiras do enrolamento?

---

---

---

- b) A resistência serie dos enrolamentos dependem do material constituinte do núcleo?

---

---

---

- c) Para um mesmo núcleo magnético verifica-se que a indutância dos enrolamentos é proporcional ao quadrado do número de espiras?

---

---

---

## Experiência 2

Depois de montada a estrutura anteriormente utilizada e representada na figura Fig. 5 estabeleça as ligações eléctricas necessárias para montar o circuito ilustrado na figura Fig. 4. Não ligue o transformador de alimentação à rede eléctrica sem que o Professor presente no laboratório verifique as ligações e autorize a ligação.

Realize as leituras RMS da tensão de alimentação do circuito,  $V_{ac}$ , da tensão no enrolamento primário,  $V_p$ , da tensão na resistência auxiliar de medição da corrente primária,  $V_a$ , e a tensão induzida no enrolamento secundário,  $V_s$ . Registe as leituras que obteve na tabela seguinte. A frequência angular para todos os cálculos a realizar + e a da rede eléctrica, isto é,  $w = 314 \text{ rad/s}$ .

**Tabela 2 Módulo das tensões acessíveis no circuito**

<b><math>V_{ac} / V</math></b>	<b><math>V_p / V</math></b>	<b><math>V_a / V</math></b>	<b><math>V_s / V</math></b>

- 
- a) Recorrendo do valor medido para  $V_a$  e do valor da resistência  $R_a$  pelo qual optou, determine e registe a corrente RMS no enrolamento primário.

$$I_p = \underline{\hspace{2cm}}$$

- b) Determine a indutância do enrolamento primário recorrendo da equação 12 e dos restantes valores necessários presentes nas tabelas Tabela 1 e Tabela 2.

$$L_p = \underline{\hspace{2cm}}$$

Compare o valor que acabou de encontrar com o que obteve por medição directa que se encontra registado na tabela Tabela 1. O que pode concluir?

---

---

---

- c) Recorrendo das equações 13 e 14 e dos dados que registou, determine o coeficiente de acoplamento,  $K$ , a razão de transformação  $n$  e a tensão induzida no secundário  $V_s$ .

$$K = \underline{\hspace{2cm}} \quad n = \underline{\hspace{2cm}} \quad V_s = \underline{\hspace{2cm}}$$

Analisando o valor de  $V_s$  que acabou de encontrar e o que obteve por medição directa, registado na tabela Tabela 1, o que pode concluir?

---

---

---

### Experiência 3

Utilizando o Medidor de Densidade de Fluxo Magnético e respeitando as considerações iniciais para cálculo do fluxo magnético, utilize a equação 17 para encontrar o fluxo efectivo no enrolamento secundário.

---

<b>A<sub>c</sub> / m<sup>2</sup></b>	<b>B<sub>1ac</sub> / T</b>	<b>A<sub>p</sub> / m<sup>2</sup></b>	<b>B<sub>2ac</sub> / T</b>	<b>ϕ<sub>s</sub> / Wb</b>

- a) Determine novamente a indutância do enrolamento primário,  $L_p$ , mas agora recorrendo da equação 15.

$$L_p = \underline{\hspace{2cm}}$$

Compare o valor que acabou de encontrar com os que obteve anteriormente. O que pode concluir?

---



---



---

- b) Determine a tensão induzida no enrolamento secundário recorrendo da equação 16.

$$V_s = \underline{\hspace{2cm}}$$

Analizando o valor de  $V_s$  que acabou de encontrar e os que obteve anteriormente, o que pode concluir?

---



---



---