
Instituto Politécnico do Porto

Instituto Superior de Engenharia do Porto

Departamento de Engenharia Electrotécnica

Curso de Engenharia Electrotécnica

Circuitos magnéticos em AC
Transformador Eléctrico

Sistemas Eléctricos de Energia

Trabalho Laboratorial para ELECT-E

Setembro de 2022

Baseado no original de José Puga, Judite Ferreira, 1999

Aviso de Segurança

Siga as instruções dadas pelo Professor presente no laboratório. Em caso de dúvida chame o Professor e elucide-se.

Não exceda a tensão indicada para a alimentação dos enrolamentos do circuito magnético em estudo. Antes de estabelecer a ligação à rede eléctrica o circuito tem, imperativamente, que ser validado pelo Professor presente na aula. Não estabelecer contacto com o lado da tensão mais alta do transformador de alimentação (230 Vac).

Objectivos

Realizar a medição directa e a indirecta de formas distintas da indutância de um enrolamento primário. Verificar experimentalmente a lei da indução de Faraday. Calcular e verificar experimentalmente a razão de transformação.

Introdução

Para circuitos de corrente alternada, a taxa média de dissipação de energia numa carga resistiva é dada por:

$$\boxed{P_{med} = I \cdot V} \quad (\text{Eq. 1})$$

Isto significa que, para uma dada exigência de potência, temos uma faixa de escolhas, desde uma corrente relativamente elevada e uma diferença de potencial relativamente baixa ou exactamente o inverso, desde que o produto $I \cdot V$ seja o exigido.

Em sistemas de distribuição de energia eléctrica é desejável por questões de segurança lidar com tensões relativamente baixas tanto na geração como na utilização. Por outro lado, na transmissão de energia eléctrica desde a central geradora até ao consumidor deseja-se ter a corrente mais baixa possível. Assim, a maior diferença de potencial vai reduzir as perdas ohmicas na linha de transmissão ($I^2 \cdot R$).

O Transformador Ideal

A incompatibilidade entre a exigência de transmissão em alta tensão e a necessidade de produção e consumo em baixa tensão leva à necessidade de elevar e reduzir a tensão eléctrica. Por isso, é necessário um dispositivo para aumentar (para transmissão) e diminuir (para uso) a diferença de potencial num circuito mantendo a potência praticamente constante. Tal dispositivo é o **transformador** presente na figura 1.

O transformador ideal consiste em duas bobinas enroladas em torno de um núcleo ferromagnético do qual estão isoladas. O enrolamento primário, com N_p espiras, está ligado a um gerador de corrente alternada cuja f.e.m é dada por:

$$\xi = \xi_{max} \cdot \text{sen}(\omega t)$$

(Eq. 2)

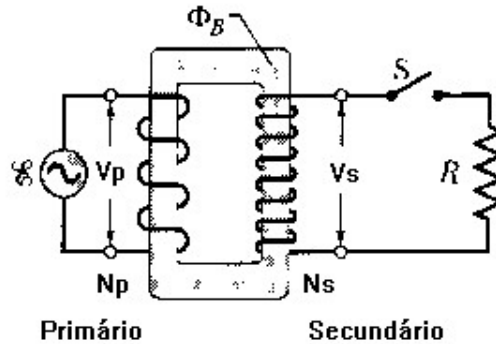


Fig. 1 Transformador ideal com duas bobinas em torno de um núcleo ferromagnético num circuito básico.

O enrolamento secundário, com N_s espiras, é ligado a uma carga resistiva R em série com o interruptor S . Com S aberto não há corrente na bobina secundária. Para as condições acima referidas um transformador ideal apresenta o enrolamento primário como uma indutância pura. Assim sendo, a corrente primária em vazio é denominada corrente de magnetização I_{mag} e está atrasada de 90° em relação à diferença de potencial primária V_p . O factor de potência é nulo e, portanto, a potência activa transferida do gerador para o transformador também é nula. Entretanto, a pequena corrente primária I_{mag} induz um fluxo magnético alternado ϕ_B no núcleo de ferro e este fluxo atravessa as espiras de enrolamento secundário. De acordo com a lei da indução de Faraday, a fem induzida por espira ξ_{esp} é a mesma nos dois enrolamentos. Assim sendo, podemos escrever:

$$\xi_{esp} = \frac{d\phi_B}{dt} = \frac{V_p}{N_p} = \frac{V_s}{N_s} \quad (\text{Eq. 3})$$

$$V_s = V_p \cdot \frac{N_s}{N_p} \quad (\text{Eq. 4})$$

No caso de $N_s > N_p$, o transformador é elevador de tensão porque apresenta a tensão V_s surge maior que V_p . No caso de $N_s < N_p$, o transformador é redutor de tensão. Nas considerações anteriores, o circuito do secundário estava aberto. Portanto, nenhuma potência era transmitida através do transformador. Vamos agora fechar o interruptor S para que o enrolamento secundário fique ligado à carga resistiva R. Diversos factos acontecem quando fechamos o interruptor S. Uma corrente alternada I_s aparece no circuito secundário, com uma correspondente taxa de dissipação de energia $I_s^2 R$ (V_s^2/R) na carga resistiva. Esta corrente induz o seu próprio fluxo magnético alternado no núcleo ferromagnético e este fluxo, de acordo com as leis de Faraday e de Lenz, induz uma fem em oposição no enrolamento primário. A tensão, V_p , do primário não é alterada pois é imposta pelo gerador. Para manter V_p , o gerador debita uma corrente alternada I_p no circuito primário. Esta corrente apresenta intensidade e ângulo de fase de forma a cancelar a f.e.m em oposição gerada no enrolamento primário devido a I_s .

Globalmente, mediante a aplicação do princípio da conservação da energia, para um transformador ideal com uma carga resistiva o factor de potência na equação seguinte é unitário.

$$P_{med} = \xi_{rms} \cdot I_{rms} \cdot \cos \phi \quad (\text{Eq. 5})$$

Fazendo ξ_{rms} igual a V_p encontramos potência, $I_p V_p$, com que o gerador transfere energia à bobina primária. Analogamente, a taxa com que a energia é transferida da bobina primária para a bobina secundária é igual a $I_s V_s$. Usando o princípio da conservação da energia, encontramos que:

$$I_p \cdot V_p = I_s \cdot V_s \quad (\text{Eq. 6})$$

Tendo em conta que a razão de transformação é uma constante característica do transformador temos:

$$I_s = I_p \cdot \frac{N_p}{N_s} \quad (\text{Eq. 7})$$

Finalmente, sabendo que $I_s = V_s/R_s$ e usando as equações já apresentadas de transformação de tensão e de transformação de corrente, obtemos:

$$I_p = \frac{V_p}{(N_p / N_s)^2 \cdot R_s} \quad (\text{Eq. 8})$$

Esta equação mostra que do ponto de vista do circuito primário a resistência equivalente da carga R_s , é:

$$R_{eq} = \frac{V_p}{I_p} = \left(\frac{N_p}{N_s} \right)^2 \cdot R_s \quad (\text{Eq. 9})$$

Adaptação de Impedâncias

A equação 9 anterior sugere uma outra função para o transformador. Sabemos que, para haver transferência máxima de energia de um dispositivo de f.e.m para uma carga resistiva, a resistência do dispositivo e a resistência da carga devem ser iguais. A mesma relação é válida para circuitos de corrente alternada, excepto que a impedância do gerador deve ser igual ao conjugado da impedância da carga. Frequentemente, como acontece ao ligarmos um altifalante a um amplificador, esta condição fica longe de ser obtida, sendo o amplificador de alta impedância e o alto-falante, de baixa impedância ou vice-versa. Podemos tornar iguais as impedâncias destes dois dispositivos, acoplando-os por meio de um transformador com uma adequada razão entre os números de espiras N_p/N_s .

O Transformador Real

Fluxos magnéticos e coeficiente de acoplamento

O deficiente acoplamento magnético entre os enrolamentos do transformador e a resistência eléctrica dos condutores constituintes dos referidos enrolamentos são, entre outros, os principais factores que impedem a abordagem idealista a estes equipamentos.

A figura seguinte ilustra o fluxo magnético na estrutura em estudo quando o enrolamento primário está alimentado e os ímanes permanentes estão presentes nas colunas laterais.

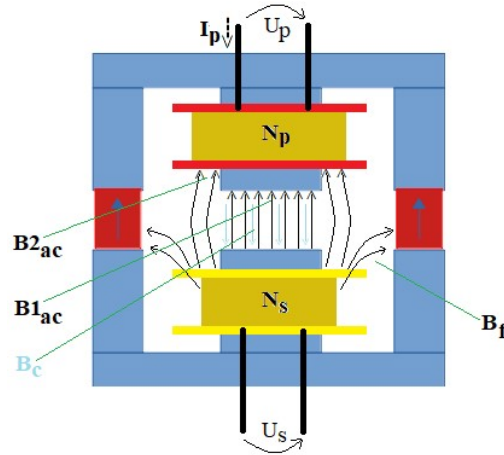


Fig. 2 Ilustração do fluxo magnético e dispersão.

Na figura Fig. 2, B_c representa densidade de fluxo magnético constante no tempo devido à existência dos ímanes permanentes. Pela lei de Faraday B_c não é responsável por qualquer força electromotriz induzida, pois, sendo constante apresenta derivada nula. A densidade de fluxo magnético $B1_{ac}$ provoca fluxo na coluna central da ferrite e $B2_{ac}$ provoca fluxo magnético na periferia do enrolamento secundário pelo que deve ser considerado. O restante fluxo é de fugas pois circula no enrolamento primário sem passar pelo núcleo do enrolamento secundário.

A equação seguinte relaciona os fluxos primário, ϕ_p , e secundário, ϕ_s , nos enrolamentos em função do acoplamento magnético, K , existente entre eles.

$$\phi_s = K\phi_p$$

(Eq. 10)

Circuito equivalente simplificado

Cada enrolamento é considerado como constituído por uma indutância serie e por uma resistência serie. A figura Fig. 3 seguinte ilustra a modelização usualmente utilizada que considera os factores acima referidos. Existem modelos equivalentes do transformador mais completos, no entanto, para este estudo inicial a presente abordagem é suficiente.

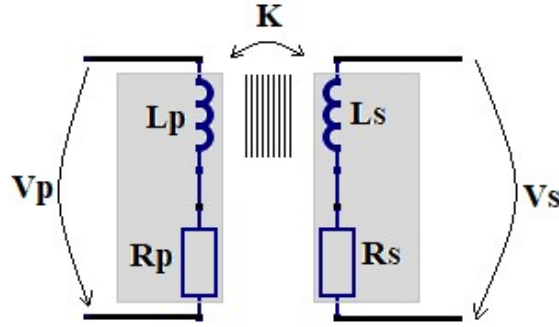


Fig. 3 Circuito simples de modelização de um transformador.

Na figura Fig. 3, L_p e L_s representam, respectivamente, as indutâncias serie equivalentes do enrolamento primário e do secundário. As resistências R_p e R_s , são as resistências serie dos respectivos enrolamentos primário e secundário em que estão inseridas.

Num transformador ideal, as resistências R_p e R_s são nulas e o coeficiente de acoplamento, K , é unitário. No caso não ideal, tal não se verifica, a razão de transformação, n , não é a apresentada na equação 4 anterior mas sim a seguinte:

$$n = \frac{V_{L_s}}{V_{L_p}} = K \cdot \frac{N_s}{N_p} = K \cdot \sqrt{\frac{L_s}{L_p}} \quad (\text{Eq. 11})$$

Nesta equação é de salientar que a razão de transformação, n , é definida como a razão entre as tensões na componente indutiva dos enrolamentos, não englobando a queda de tensão na componente resistiva.

Circuito utilizado na experiência

Consideremos o modelo de circuito electromagnético apresentado na figura Fig. 3 e os valores médios quadráticos, RMS, da componente alternada das grandezas eléctricas envolvidas. O circuito funcionará à frequência da rede eléctrica nacional, 50 Hz, pelo que a frequência angular, ω , pode ser considerada de 314 *rad/s*. Neste circuito colocou-se a resistência R_a em série com o enrolamento primário para que, por meio da medida da tensão aos terminais desta resistência, V_a , seja obtida a corrente neste enrolamento. A tensão alternada V_{ac} é a aplicada ao circuito, tal como indicado na figura Fig. 4, abaixo.

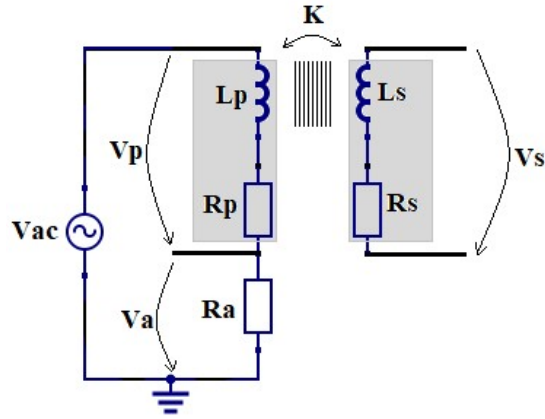


Fig. 4 Circuito com resistência auxiliar para realização das experiências.

No presente circuito, para corrente secundária nula, tem-se $V_{L_s} = V_s$. A corrente primária é sempre dada por $I_p = V_a / R_a$. Aplicando as leis de *Kirchhoff* a esta montagem são obtidas as expressões da indutância do primário, L_p , do factor de acoplamento, K , e da razão de transformação, n , tal como apresentado a seguir.

$$L_p = \frac{1}{w} \sqrt{\left(\frac{V_p}{I_p}\right)^2 - R_p^2} \quad (\text{Eq. 12})$$

$$K = \frac{V_s}{w L_p I_p} \frac{N_p}{N_s} \quad (\text{Eq. 13})$$

$$n = K \frac{N_s}{N_p} = \frac{V_s}{V_{L_p}} = \frac{V_s}{w L_p I_p} \quad (\text{Eq. 14})$$

Pela definição de indutância pode ser escrita a expressão da indutância do circuito primário e pela lei da indução de *Faraday* pode ser escrita a expressão da força electromotriz induzida no secundário.

$$L_p = \frac{N_p}{I_p} \phi_p = \frac{N_p}{I_p} \phi_s / K \quad (\text{Eq. 15})$$

$$V_s = N_s w \phi_s \quad (\text{Eq. 16})$$

Trabalho Prático

Equipamento utilizado

- Medidor RLC
- Medidor de densidade de fluxo magnético
- Osciloscópio
- Transformador de alimentação de 230V/12V, 230V/15V ou 230V/18V, 50Hz
- Dois núcleos de ferrite em forma de E
- Um enrolamento de 750 espiras (enrolamento secundário, amarelo)
- Um enrolamento de 1000 espiras (enrolamento primário, vermelho)
- Dois ímanes permanentes cilíndricos
- Uma resistência entre 4,7 e 10 Ohm / 3W (Ra, para medição indirecta da corrente)

Considerações Preliminares

Para a correcta medição da densidade de fluxo magnético responsável pela indução no enrolamento secundário deve ser considerado a zona ferromagnética e também as bordas devido ao significativo espalhamento do fluxo magnético.

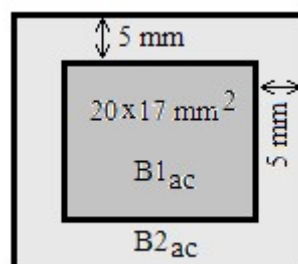


Fig. 5 Zonas de fluxo relevante na coluna central.

Na figura Fig. 1 a área central, A_C , é de 340 mm² e a área periférica, A_P , é de 470 mm². É de salientar que embora a área periférica seja maior que a central a sua contribuição para o fluxo no secundário do transformador é menos significativa que a área A_C . Isto deve-se ao

facto de a área A_p estar exposta a uma densidade de fluxo magnético substancialmente menor que a área A_c , aproximadamente apenas 15%. Assim a parte do fluxo que atravessa o enrolamento secundário é dada pela seguinte expressão:

$$\phi_S = A_c \times B1_{ac} + A_p \times B2_{ac} \quad (\text{Eq. 17})$$

Nesta equação $B1_{ac}$ e $B2_{ac}$ são os valores médios quadráticos das densidades de fluxo magnético que atravessam na perpendicular, respectivamente, as áreas A_c e A_p . Estes valores são os obtidos por intermédio do Medidor de Densidade de Fluxo Magnético.

Experiência 1

Antes de montar o circuito e de colocar as bobinas nas ferrites, com o auxílio do medidor RLC obtenha os valores das indutâncias serie e da resistência serie de cada um dos enrolamentos (núcleo de ar). Seguidamente, monte a estrutura do circuito magnético colocando as bobinas primárias e secundária no núcleo central das ferrites e os dois ímanes cilíndricos nas colunas laterais, ver figura Fig. 2. Com o medidor RLC volte a medir a indutância serie e a resistência serie de cada um dos enrolamentos (núcleo de ferrite-ar). Registe as leituras na seguinte tabela.

Tabela 1 Características eléctricas e magnéticas do circuito

Bobina	primária (1000 esp.)			secundária (750 esp.)		
Núcleo	R_p / Ω	L_p / mH	$\mathcal{R} / \text{H}^{-1}$	$R_s (\Omega)$	$L_s (\text{mH})$	$\mathcal{R} / \text{H}^{-1}$
ar						
ferrite-ar						

Tendo em consideração que indutância pode ser obtida por $L=N^2/\mathcal{R}$ e os dados que registou, calcule a relutância magnética, \mathcal{R} , do núcleo de ar e do núcleo de ferrite-ar para cada uma das bobinas. Registe as relutâncias magnéticas encontradas na tabela anterior.

Observando os dados que acabou de registrar, responda às seguintes questões, justificando.

a) As relutâncias dos núcleos dependem do número de espiras do enrolamento?

b) A resistência serie dos enrolamentos dependem do material constituinte do núcleo?

c) Para um mesmo núcleo magnético verifica-se que a indutância dos enrolamentos é proporcional ao quadrado do número de espiras?

Experiência 2

Depois de montada a estrutura anteriormente utilizada e representada na figura Fig. 5 estabeleça as ligações eléctricas necessárias para montar o circuito ilustrado na figuraFig. 4. Não ligue o transformador de alimentação à rede eléctrica sem que o Professor presente no laboratório verifique as ligações e autorize a ligação.

Realize as leituras RMS da tensão de alimentação do circuito, V_{ac} , da tensão no enrolamento primário, V_p , da tensão na resistência auxiliar de medição da corrente primária, V_a , e a tensão induzida no enrolamento secundário, V_s . Registe as leituras que obteve na tabela seguinte. A frequência angular para todos os cálculos a realizar +e a da rede eléctrica, isto é, $\omega = 314 \text{ rad/s}$.

Tabela 2 Módulo das tensões acessíveis no circuito

V_{ac} / V	V_p / V	V_a / V	V_s / V

-
- a) Recorrendo do valor medido para V_a e do valor da resistência R_a pelo qual optou, determine e registre a corrente RMS no enrolamento primário.

$$I_p = \underline{\hspace{2cm}}$$

- b) Determine a indutância do enrolamento primário recorrendo da equação 12 e dos restantes valores necessários presentes nas tabelas Tabela 1 e Tabela 2.

$$L_p = \underline{\hspace{2cm}}$$

Compare o valor que acabou de encontrar com o que obteve por medição directa que se encontra registado na tabela Tabela 1. O que pode concluir?

- c) Recorrendo das equações 13 e 14 e dos dados que registou, determine o coeficiente de acoplamento, K , a razão de transformação n e a tensão induzida no secundário V_s .

$$K = \underline{\hspace{2cm}} \quad n = \underline{\hspace{2cm}} \quad V_s = \underline{\hspace{2cm}}$$

Analisando o valor de V_s que acabou de encontrar e o que obteve por medição directa, registado na tabela Tabela 1, o que pode concluir?

Experiência 3

Utilizando o Medidor de Densidade de Fluxo Magnético e respeitando as considerações iniciais para cálculo do fluxo magnético, utilize a equação 17 para encontrar o fluxo efectivo no enrolamento secundário.

A_c / m^2	B_{1ac} / T	A_p / m^2	B_{2ac} / T	ϕ_s / Wb

- a) Determine novamente a indutância do enrolamento primário, L_p , mas agora recorrendo da equação 15.

$$L_p = \underline{\hspace{2cm}}$$

Compare o valor que acabou de encontrar com os que obteve anteriormente. O que pode concluir?

- b) Determine a tensão induzida no enrolamento secundário recorrendo da equação 16.

$$V_s = \underline{\hspace{2cm}}$$

Analisando o valor de V_s que acabou de encontrar e os que obteve anteriormente, o que pode concluir?
